

الصفحة 1 4	<p>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية - خيار فرنسية الدورة الاستدراكية 2017 - الموضوع -</p>	<p>المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي</p> <p>المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه</p>
★★	RS 22F	

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية - خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

## INSTRUCTIONS GENERALES

- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

## COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Calcul de probabilités	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Suites numériques	2.5 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8.5 points

**Exercice 1 ( 3 points )**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

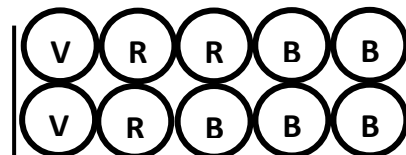
On considère la sphère  $(S)$  d'équation  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$  et le plan  $(P)$  d'équation  $y - z = 0$

- 0.5 1) a) Montrer que la sphère  $(S)$  a pour centre le point  $\Omega(1, 1, 1)$  et pour rayon 2
- 0.5 b) Calculer  $d(\Omega, (P))$  et en déduire que le plan  $(P)$  coupe la sphère  $(S)$  suivant un cercle  $(C)$
- 0.5 c) Déterminer le centre et le rayon du cercle  $(C)$
- 2) Soit  $(\Delta)$  la droite passant par le point  $A(1, -2, 2)$  et orthogonale au plan  $(P)$
- 0.25 a) Montrer que  $\vec{u}(0, 1, -1)$  est un vecteur directeur de la droite  $(\Delta)$
- 0.75 b) Montrer que  $\|\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{2} \|\vec{u}\|$  et en déduire que la droite  $(\Delta)$  coupe la sphère  $(S)$  en deux points.
- 0.5 c) Déterminer les coordonnées de chaque point d'intersection de la droite  $(\Delta)$  et de la sphère  $(S)$

**Exercice 2 ( 3 points )**

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher :  
Cinq boules blanches , trois boules rouges et deux boules vertes ( Voir figure ci-contre )

On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.



- 1.5 1) Soit  $A$  l'événement : " Parmi les quatre boules tirées, une seule boule est verte ".  
et  $B$  l'événement : " Parmi les quatre boules tirées, il y a exactement trois boules de même couleur ".  
Montrer que  $p(A) = \frac{8}{15}$  et que  $p(B) = \frac{19}{70}$
- 2) Soit  $X$  la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules vertes tirées.
- 0.5 a) Montrer que  $p(X = 2) = \frac{2}{15}$
- 1 b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$  et montrer que l'espérance mathématique  $E(X)$  est égale à  $\frac{4}{5}$

**Exercice 3 ( 3 points )**

- 0.75 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 + 4z + 8 = 0$
- 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  d'affixes respectives  $a$ ,  $b$  et  $c$  telles que  $a = -2 + 2i$ ,  $b = 4 - 4i$  et  $c = 4 + 8i$
- 0.5 a) Soit  $z$  l'affixe d'un point  $M$  du plan et  $z'$  l'affixe du point  $M'$ , image de  $M$  par la rotation  $R$  de centre  $A$  et d'angle  $-\frac{\pi}{2}$
- Montrer que  $z' = -iz - 4$
- 0.75 b) Vérifier que le point  $B$  est l'image du point  $C$  par la rotation  $R$  et en déduire la nature du triangle  $ABC$
- 3) Soit  $\omega$  l'affixe du point  $\Omega$ , milieu du segment  $[BC]$
- 0.5 a) Montrer que  $|c - \omega| = 6$
- 0.5 b) Montrer que l'ensemble des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que  $|z - \omega| = 6$  est le cercle circonscrit au triangle  $ABC$

**Exercice 4 ( 2.5 points )**

On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie par :

$$u_0 = 17 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 12 \quad \text{pour tout entier naturel } n$$

- 0.5 1) a) Montrer par récurrence que  $u_n > 16$  pour tout entier naturel  $n$
- 0.5 b) Montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante et en déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente.
- 2) Soit  $(v_n)$  la suite numérique telle que  $v_n = u_n - 16$  pour tout entier naturel  $n$
- 0.5 a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique.
- 0.5 b) En déduire que  $u_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$  pour tout entier naturel  $n$ , puis déterminer la limite de la suite  $(u_n)$
- 0.5 c) Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel  $n$  pour laquelle  $u_n < 16,0001$

**Problème (8.5 points)**

I- Soit  $g$  la fonction numérique définie sur  $\mathbb{R}$  par :

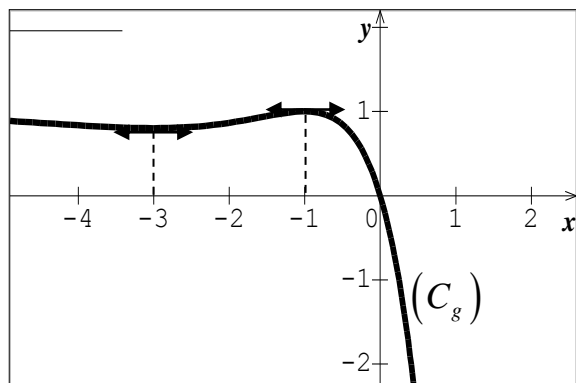
$$g(x) = 1 - (x+1)^2 e^x$$

- 0.25 1) Vérifier que  $g(0) = 0$
- 1 2) A partir de la courbe représentative  $(C_g)$  de la fonction  $g$  ( voir figure ci-contre )

Montrer que :

$$g(x) \geq 0 \text{ pour tout } x \text{ appartenant à } ]-\infty, 0[$$

$$\text{et que } g(x) \leq 0 \text{ pour tout } x \text{ appartenant à } [0, +\infty[$$



II- On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x + 1 - (x^2 + 1)e^x$

Soit  $(C_f)$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  ( unité : 2 cm )

- 0.75 1) a) Vérifier que  $f(x) = x + 1 - 4 \left( \frac{x}{2} e^{\frac{x}{2}} \right)^2 - e^x$  pour tout  $x$  appartenant à  $\mathbb{R}$  puis en déduire

$$\text{que } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

- 0.5 b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$  et en déduire que la droite  $(D)$  d'équation  $y = x + 1$  est asymptote à la courbe  $(C_f)$  au voisinage de  $-\infty$

- 0.25 c) Montrer que la courbe  $(C_f)$  est en dessous de la droite  $(D)$

- 0.5 2) a) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  ( on pourra écrire  $f(x)$  sous la forme  $x \left[ 1 + \frac{1}{x} - \left( x + \frac{1}{x} \right) e^x \right]$  )

- 0.25 b) Montrer que la courbe  $(C_f)$  admet , au voisinage de  $+\infty$ , une branche parabolique dont on déterminera la direction.

- 0.75 3) a) Montrer que  $f'(x) = g(x)$  pour tout  $x$  appartenant à  $\mathbb{R}$

- 0.75 b) Montrer que la fonction  $f$  est croissante sur  $]-\infty, 0[$  et décroissante sur  $[0, +\infty[$  puis dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$

- 0.75 c) Montrer que la courbe  $(C_f)$  admet deux points d'inflexion d'abscisses  $-3$  et  $-1$

- 1 4) Construire, dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la droite  $(D)$  et la courbe  $(C_f)$

$$\text{( On prendra } f(-3) \approx -2,5 \text{ et } f(-1) \approx -0,75 \text{ )}$$

- 0.5 5) a) Vérifier que  $H : x \mapsto (x-1)e^x$  est une fonction primitive de la fonction  $h : x \mapsto xe^x$  sur  $\mathbb{R}$

$$\text{puis montrer que } \int_{-1}^0 x e^x dx = \frac{2}{e} - 1$$

- 0.75 b) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :  $\int_{-1}^0 (x^2 + 1)e^x dx = 3 \left( 1 - \frac{2}{e} \right)$

- 0.5 c) Calculer, en  $cm^2$ , l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C_f)$ , la droite  $(D)$ , l'axe des ordonnées et la droite d'équation  $x = -1$